Algumas Observações sobre Matrizes de Permutação

Jorge P. Zubelli

15 de junho de 2001

Alguns comentários sobre matrizes de permutação de forma a corrigir algumas dúvidas que possam ter surgido na aula de 13/06/2001.

Lembrando que a base canônica de $\mathbb{R}^n$ é o conjunto de vetores $\{e_1, \cdots, e_n\}$ com e_i o vetor de $\mathbb{R}^n$ com 1 precisamente na i-ésima componente e zero nas demais.

Definição 1. *Uma matriz de permutação em $\mathbb{R}^n$ (ou $\mathbb{C}^n$) é uma matriz que manda e_i em $e_{\sigma(i)}$ onde σ é uma permutação do conjunto $\{1, \cdots, n\}$.*

Exemplos:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Seja P uma matriz de permutação $n \times n$ e $A = ((a_{i,j}))_{1 \leq i,j \leq n}$. Vamos escrever

$$A = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix}$$

ou como

$$A = [C_1, C_2, \cdots, C_n]$$

O resultado de aplicarmos uma matriz de permutação à esquerda é o seguinte:

$$PA = \begin{bmatrix} L_{\sigma(1)} \\ L_{\sigma(2)} \\ \vdots \\ L_{\sigma(n)} \end{bmatrix}$$

onde σ é a permutação associada a P. Em outras palavras P, quando aplicada a esquerda permuta as linhas de A.

Por outro lado, o resultado de aplicarmos uma matriz de permutação à direita é:

$$AP = \left[C_{\sigma(1)}, \cdots, C_{\sigma(n)}\right]$$