

CAMINHO MÍNIMO EM MATRIZES DE CUSTO DINÂMICO

Adriano Lauro

Centro de Instrução Almirante Sylvio de Camargo – CIASC
Rua Magno Martins, S/N – Rio de Janeiro, RJ – 21921-000
adlauro@ig.com.br

Roberto de Beauclair Seixas

Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA
Laboratório de Visão e Computação Gráfica – VISGRAF
Estrada Dona Castorina, 110 – Rio de Janeiro, RJ – 22460-320
tron@impa.br

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio
Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica – TECGRAF
Rua Marquês de São Vicente, 225 – Rio de Janeiro, RJ – 22453-900
tron@tecgraf.puc-rio.br

Luiz Ernesto Torres Guardia

Universidade Federal Fluminense – UFF
Rua Passo da Pátria, 156 – Niterói, RJ – 24210-240

RESUMO: Esse trabalho apresenta modelos de terreno e de projeção do poder de uma tropa considerando o relevo. Em seguida esses modelos são integrados e obtém-se uma imagem com custo final que irá permitir a aplicação de um algoritmo para cálculo de caminho mínimo. A partir do momento em que o trajeto vai sendo definido, vai se calculando o atrito entre as tropas que estão posicionadas no terreno e a tropa que esta se deslocando. Devido a esse atrito, a imagem do poder de combate é alterada e conseqüentemente a imagem de custo final. É apresentado um algoritmo para definir o caminho de menor custo considerando a variação dos custos da imagem resultante. Os resultados obtidos, em termos de tempo e distância de deslocamento e perdas das tropas, servirão para quantificar variáveis consideradas no processo decisório do Processo de Planejamento Militar.

Palavras chaves: otimização, caminho mínimo, modelos de Lanchester.

ABSTRACT: This work presents land models and power projection of a troop considering the relief. Soon after those models are integrated and it is obtained a new image with final cost that will allow the application of a minimum path algorithm. Starting from the moment in that the itinerary goes being defined, it is going calculating if the attrition among the troops that are positioned in the land and the one that this moving. Fruit of that attrition, the image of the combat power is altered and consequently the image of final cost. An algorithm is presented to define the smaller cost path considering the variation of the costs of the resulting image. The obtained results, in terms of time and displacement distance and losses of the troops, they will be to quantify variables considered in the Stage of the Exam of the Situation of the Process of Military Planning.

Keywords: optimization, shortest path, Lanchester models.

1. INTRODUÇÃO

O Processo de Planejamento Militar (PPM) é uma ferramenta para análise e síntese de problemas militares. Atualmente essa ferramenta possui grande parcela de subjetividade em algumas fases ou etapas de seu desenvolvimento.

Este trabalho visa auxiliar o decisor, dando-lhe parâmetros quantificados a respeito da análise de tempo e distância da progressão de tropas de Fuzileiros Navais, em um terreno mobiliado por tropas inimigas.

Para atingir a meta proposta, trabalhamos com modelagens e conceitos já definidos em diversas áreas do conhecimento, integrando-os.

Modelamos o terreno utilizando uma carta de trafegabilidade cuja intensidade das cores dos “pixels” seja proporcional a dificuldade de uma tropa de determinada natureza em ultrapassá-la. O terreno influenciará no tempo de engajamento entre tropas, provocando variação na imagem de projeção de poder. A modelagem deverá ter a forma final em uma matriz (imagem) e custo do terreno e é baseada e originária de parte do modelo de terreno utilizado no Centro de Jogos Didáticos (CJD) do Centro de Instrução Almirante Sylvio de Camargo (CIASC).

A projeção do poder de combate da tropa defensora, que estará estática no terreno, é modelada conforme a quantidade de munição, armamento, distancia observador-alvo e direção principal de observação, criando uma imagem cujas diferenças de tonalidade representem o poder projetado sobre as áreas de influência. Como no caso do terreno, o resultado dessa fase deverá ser uma matriz com as mesmas dimensões da matriz do terreno, que deverá possuir um custo relacionado com as posições onde os elementos de combate projetam seu poder e custo zero onde não houver a projeção de poder de combate. Esses custos são calculados utilizando-se derivações dos modelos de T.N.Dupuy, e serão degradados com o atrito entre as forças oponentes, havendo a necessidade de um processo contínuo para a sua realização.

Relacionamos esses modelos de terreno e projeção do poder de combate em uma escala compatível com a influência que cada um deverá possuir no resultado esperado pelo usuário do sistema. Estudar essa relação e avaliar sua coerência com a realidade.

Implementamos um algoritmo de caminho mínimo sobre as matrizes modeladas, considerando a variação do poder de combate das tropas defensoras bem como da tropa que esta progredindo, em função da distância entre elas e do tempo previsto de atrito entre as mesmas.

Avaliamos se o resultado final possibilitará uma ponderação quantitativa de alguns aspectos do confronto, considerando-se todas as variáveis envolvidas no problema proposto, facilitando a tomada de decisão do militar que esta utilizando o PPM

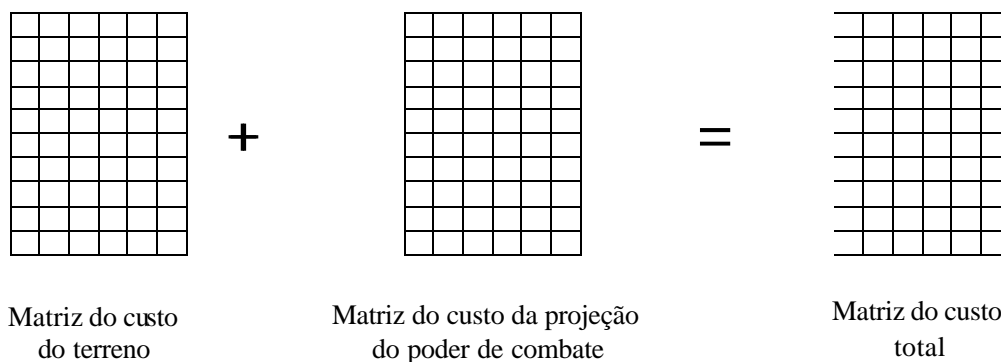


Fig. 1: Esquema da composição das imagens.

2. MODELOS

O terreno possui dois tipos de modelos utilizados nesse trabalho. O primeiro é relativo ao relevo e o segundo relativo às velocidades que uma tropa pode possuir quando em deslocamento.

Ambos estão em formato de “grid” (matriz em float binário), exportados pelo programa ARGINFO/ESRI, e obtidos no CJD/CIASC.

O modelo da projeção do poder de combate de uma tropa no terreno, é a integração do modelo de mapa de alturas, especificamente modelo de visada, e modelos teóricos conceituais desenvolvidos baseados nas equações diferenciais de Lanchester e modelos para cálculos de seus índices.

Ao se integrar as imagens da projeção do poder de combate e da trafegabilidade, temos a imagem de custo final onde serão realizados os cálculos de caminho mínimo.

2.1. Modelo de Mapa de Alturas e Visibilidade

O mapa de alturas é o modelo de elevação digital (Digital Elevation Model – DEM) cujos elementos representam os valores das curvas de nível das cartas topográficas utilizadas.

Utiliza-se esse modelo para definir as distâncias de maneira mais precisa, bem como, para definir as áreas de influências da projeção do poder de combate de uma tropa no terreno.

As distâncias são corrigidas através do cálculo da declividade do terreno, ou seja, a distância entre dois pontos é calculada no plano e depois corrigida em função do desnível entre eles.

Quanto à projeção do poder de combate de uma tropa, utilizamos algoritmos de visibilidade para determinar se uma tropa tem observação sobre determinado ponto (região, pois estamos trabalhando com células de dimensões predefinidas). Caso essa visada exista, poderá existir a projeção do poder da tropa naquela região do terreno.

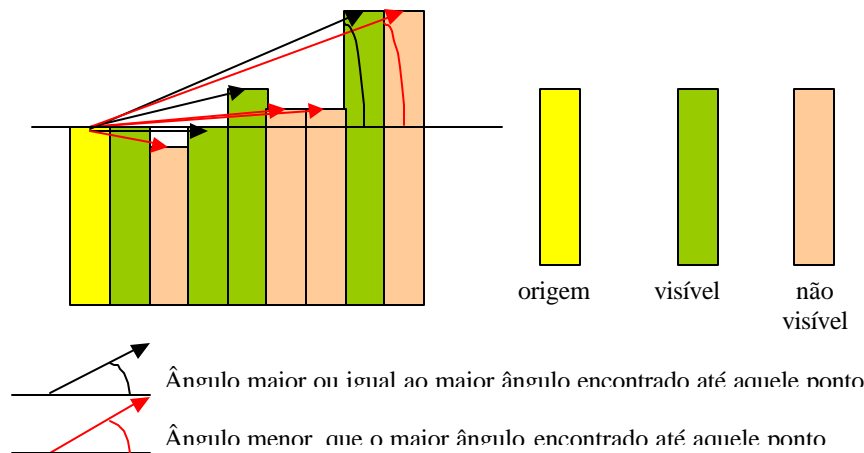


Figura 2: Nas regiões onde não existir visada não poderá existir projeção do poder de combate do ponto origem.

2.2. Modelo de Trafegabilidade

A carta de trafegabilidade é um “mapa temático” que representa a possibilidade de uma tropa de natureza específica trafegar por determinada região. No caso do modelo digital de carta de trafegabilidade utilizado no Sistema de Jogos Didáticos, que é a base para o desenvolvimento desse trabalho, não é somente representado a possibilidade de trafego, mas também a velocidade máxima alcançada.

Para a confecção desta carta, é necessário que se possua a digitalização do terreno e os atributos de rios, alturas, vegetação, tipos de solo e estradas.

Com os dados do terreno, serão calculadas as velocidades máximas de cada natureza de tropa, considerando as condições de luminosidade e pluviométricas (dia, noite, tempo seco ou chuvoso).

Sobre a carta de trafegabilidade é que será calculada a velocidade da tropa. No caso desse trabalho, estamos trabalhando apenas com uma natureza de tropa, com condições de luminosidade e pluviométricas definidas.

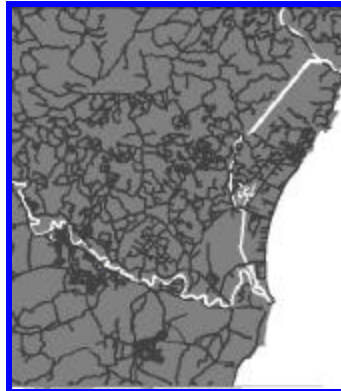


Figura 3: Imagem de uma carta de trafegabilidade da região de ITAOCA para tropas a pé durante o dia em tempo seco. As cores mais escuras representam custos mais baixos (estradas). A cor branca representa região intransponível (mar e alguns rios).

2.3. Modelo da Projeção do Poder de Combate

O modelo teórico utilizado para representar o poder de combate projetado por uma tropa é fruto de estudos considerando os modelos utilizados para cálculo de baixas nas simulações do CJD, em documentos utilizados pelo Corpo de Fuzileiros Navais para a avaliação de seus exercícios em campo, em trabalhos desenvolvidos por T.N.Dupuy, e em modelos desenvolvidos para outros jogos de guerra.

Esse modelo refere-se à projeção do poder de combate de armas de tiro tenso e calcula esses valores baseado nos seguintes parâmetros:

- quantidade e alcance dos armamentos;
- letalidade da munição de cada armamento;
- Fator de cadência para cada armamento – considera:
 - Distância entre armamento e o inimigo;
 - Cadência máxima do armamento.
- Fator de abordagem – ângulo de incidência do inimigo sobre a frente da tropa.

A unidade utilizada para representar esses índices é:

$$\frac{\text{quantidade_de_tiros} \times \text{probabilidade_de_ tiro_causar_baixas}}{\text{unidade_de_terreno}}$$

Não será apresentado o desenvolvimento dos cálculos para cada um desses parâmetros, porque foge o propósito do trabalho. Esses valores somente serão calculados para as regiões onde existir visada entre o armamento e o local de projeção do poder. Obtemos, então, uma imagem da região onde uma tropa projeta poder por influência de seu armamento.

Na Figura 5 podemos observar a área de influência de uma seção de metralhadoras. A área clara, ao centro do círculo azul, é a região onde existe uma maior quantidade de poder projetada. Quanto mais distante do triângulo vermelho, mais escura é a projeção (menos poder). As áreas marcadas com uma elipse vermelha são as áreas onde o armamento não possui visada em virtude do relevo. Podemos comparar o modelo implementado com a realidade observando as Figuras 4 e 5.

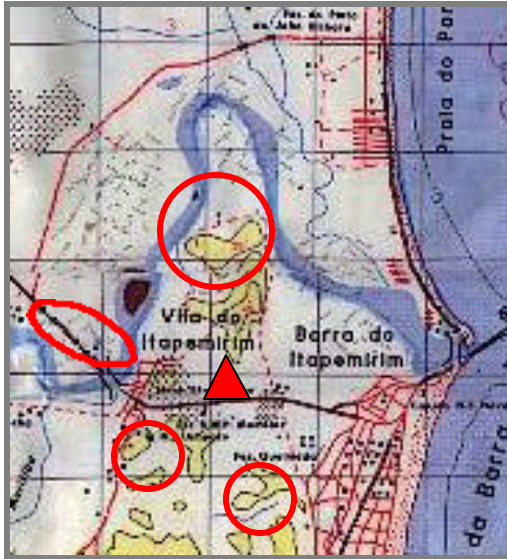


Figura 4: Área da carta de ITAOCA digitalizada. O triângulo vermelho representa a posição da seção de metralhadoras, e as marcações, também em vermelho, as regiões onde o armamento de tiro tenso não atingiria devido ao relevo.

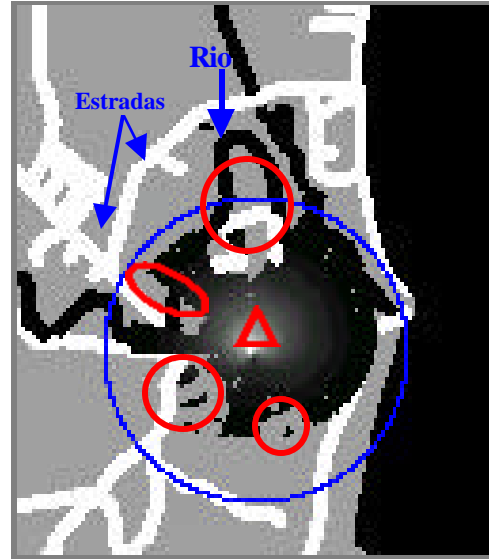


Figura 5: imagem da projeção do poder de combate de uma metralhadora considerando o relevo (área da carta de ITAOCA). O triângulo vermelho representa a posição da seção de metralhadoras, e as marcações, também em vermelho, as regiões onde o armamento de tiro tenso não atinge.

2.4. Integração da Trafegabilidade com o Modelo de Projeção do Poder de Combate

Após definidos os modelos de trafegabilidade e da projeção do poder de combate, iremos integrar essas duas imagens (matrizes) para possibilitar a utilização de um algoritmo de caminho mínimo.

Os algoritmos de caminho mínimo considerados trabalham somente com um parâmetro, e como vimos no item 2.2, temos uma carta de trafegabilidade cujo parâmetro é a velocidade máxima. Como estamos querendo minimizar, temos que trabalhar com o inverso da velocidade, que é unidade de tempo por unidade de distância.

Tratamento especial é dado nos casos em que a velocidade é nula, locais por onde a tropa não pode trafegar. Para se evitar a divisão por zero atribui-se o valor máximo da escala a essas células.

No item 2.3 estudamos a projeção do poder de combate cujos valores são:

$$\frac{\text{quantidade_de_tiros} \times \text{probabilidade_de_ tiro_causar_baixas}}{\text{unidade_de_tempo}}$$

Nesse caso, não precisamos tratar os dados, visto que a unidade atende a idéia de caminho mínimo, quanto menor, melhor.

Resta-nos definir uma escala. Por motivo de esforço computacional e necessidade de memória para o processamento das informações, decidiu-se pela utilização da escala de 0 a 255 (1 byte), tanto para a imagem de trafegabilidade como para a imagem da projeção do poder de combate. Ou seja, verifica-se o maior valor encontrado na imagem e divide-se todos os outros por ele, ao final multiplica-se cada um por 255. Estamos fazendo uma redução linear para uma escala de 0 a 255.

Essa definição de escala permitirá a realização de um cálculo ponderado da influência do terreno (tempo do percurso) ou da quantidade de perdas por ocasião do cálculo do caminho mínimo. Caso se deseje que no cômputo do caminho mínimo o tempo de chegada ao ponto final tenha maior importância que a quantidade de baixas, colocaremos peso 2 (dois) para o custo do terreno e peso 1 (um) para o custo da projeção do poder de combate:

$$\frac{2 \times \text{trafegabilidade} + \text{poder_de_combate}}{3}$$

Pode-se trabalhar com essa média ponderada de acordo com a necessidade de quem esta realizando os cálculos.

É interessante observar que as dimensões das medidas não estão sendo levadas em consideração para a imagem resultante. O importante é a manutenção das diferenças entre os valores, o que acontece quando é feita a redução linear para a escala desejada. Por exemplo, se uma estrada tem condições de trafegabilidade muito superior ao deslocamento através campo, essa diferença é mantida.

Além disso, uma região que não pode ser transposta deverá ter custo mais elevado do que qualquer outra região. Essa imagem não será utilizada nos cálculos de tempo mínimo ou de baixas. Esses cálculos utilizarão as imagens de trafegabilidade e poder de combate original.

Nas Figuras 6 a 9 pode-se observar as imagens com os valores ponderados entre a projeção do poder de combate e a trafegabilidade.

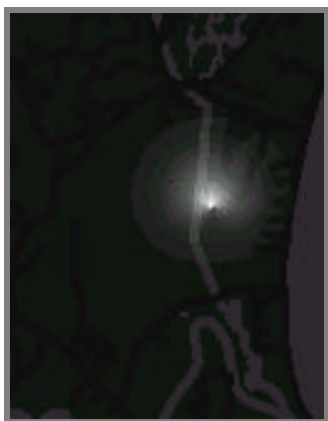


Figura 6: Poder de combate com peso 5. O contraste maior é relativo a imagem de projeção do poder de combate.



Figura 7: Terreno e poder de combate com peso 1. As imagens influenciam o custo final de forma semelhante.



Figura 9: Terreno com peso 5. O contraste da projeção do poder de combate é quase nulo. Os detalhes do terreno ressaltam.

3. CÁLCULO DO CAMINHO DE MENOR CUSTO

Existem diversas soluções, entre soluções algébricas e algoritmos, desenvolvidos para o cálculo do caminho de menor custo entre pontos. Para esse trabalho, algumas características específicas levaram a utilizar o algoritmo de Dijkstra para servir de base para o desenvolvimento do algoritmo desejado.

3.1. Algoritmo de Dijkstra

O algoritmo de Dijkstra foi escolhido por ser um algoritmo que conduz a uma solução rápida e que permite a sua utilização em modelos de imagens, existindo técnicas de implementação computacional documentadas.

Foram implementadas duas soluções, uma baseada em programação dinâmica, e outra em Dijkstra. Em cada uma das soluções foram utilizadas pelo menos duas técnicas distintas.

A implementação que melhor atendeu o propósito do trabalho foi a solução do algoritmo de Dijkstra utilizando lista ligada.

Dentre as características mais importantes, podemos observar que:

- Esse algoritmo é bastante rápido, se considerados pontos com distâncias de até 80 células;
- As distâncias consideradas em nosso trabalho raramente ultrapassam as 80 células;
- Até aproximadamente 150 células de distância entre pontos (no modelo de terreno estudado), Dijkstra foi o algoritmo mais rápido. Cabe ressaltar que a eficiência pode ser alterada conforme o tamanho da imagem em que se trabalha. Os parâmetros utilizados são os parâmetros com que se pretende trabalhar.
- A partir de uma distância superior a 150 células, o algoritmo de Dijkstra torna-se bastante demorado, no entanto são raras as necessidades de distâncias superiores a 150 células.

3.2. A Variação do Custo da Imagem

Os cálculos de atrito são baseados no modelo de sistema de equações diferenciais de Lanchester.

Para a aplicação desse modelo é fundamental o valor dos índices das equações de Lanchester, que poderão influenciar de forma decisiva o desenrolar da batalha. O alcance dos armamentos, seus índices de letalidade, fator de cadência, além da abordagem, são os principais aspectos considerados no cálculo desses índices, e poderão variar conforme o posicionamento relativo das forças, bem como a quantidade de munição gasta ou armamento perdido.

Ao passo que a tropa atacante avança, provoca perdas no defensor e também sofre perdas. Com as perdas impostas ao defensor, toda a projeção do poder de combate que ele projeta em sua área de influência é alterada, gerando a necessidade de recalcular toda a matriz de projeção do poder de combate e consequentemente a matriz de custo final.

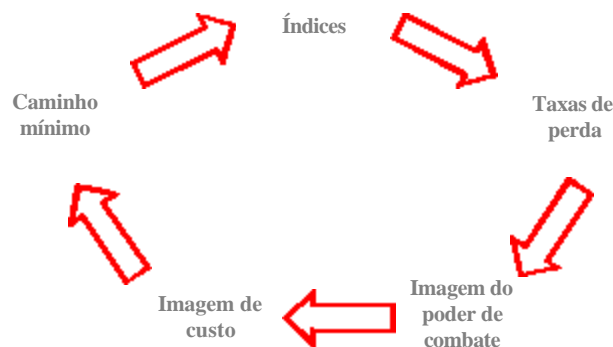


Fig. 10: Ciclo da influência do caminho mínimo nas taxas de perdas

Os índices das equações também são alterados a cada passo (célula) do deslocamento do atacante, pois a posição relativa entre as tropas, o raio de alcance dos armamentos e seu fator de cadência variam.

Variando os índices, as taxas de perda variam e por sua vez irá alterar a imagem do poder de combate, que altera a imagem do custo total, que, por sua vez irá alterar o caminho mínimo, que influenciará nos índices das equações. Está definido o ciclo.

Este ciclo permanecerá ativo até que seja atingido o ponto final ou a tropa que se desloca saia da área de influência da tropa parada.

3.3. Cálculo do Tempo

O sistema de equações diferenciais modelado por Lanchester, tem no tempo de atrito uma de suas variáveis mais importantes.

Esse tempo de deslocamento pode ser facilmente calculado, pois possuímos a velocidade do elemento que se desloca e a distância que ele se deslocou. No entanto, durante o engajamento a velocidade desse deslocamento é alterada. Essa deve ser uma questão considerada para o cálculo das taxas de perdas, pois a variação do tempo de permanência em determinadas condições de atrito, pode gerar diferenças consideráveis nos resultados dessas taxas.

O modelo utilizado para a definição das velocidades durante o engajamento é baseado em modelos de jogos de guerra em que a velocidade varia conforme a razão entre o poder de combate da tropa que progride e a tropa que defende. Quanto maior essa razão maior a velocidade da tropa que progride. Se essa razão for inferior a 1, ou seja, a tropa que defende for mais forte do que a que se desloca, a tropa que se desloca estará detida (velocidade zero).

3.4. O Cálculo do Caminho Mínimo com a Imagem Dinâmica

Definimos como passo, a quantidade de células percorrida até que seja feita a reavaliação dos custos das imagens. Esse passo poderá ser variável e ajustável pelo usuário. Quanto maior, mais impreciso e rápidos serão os cálculos. Quanto menor, mais precisos e lentos serão.

O passo é definido em termos de célula, pois dependendo da direção tomada pela tropa em movimento e do valor da trafegabilidade no local, a distância e o tempo poderão ser variáveis, o que forçaria a se calcular o caminho mínimo em frações de células, complicando sobremaneira esse processo.

No algoritmo desenvolvido, os cálculos terão como parâmetro mínimo a distância do centro de uma célula ao centro da célula vizinha.

Os passos seguidos são os seguintes:

- a) Inicialização: define-se o ponto inicial, atribuindo-lhe valor “zero”; define-se o destino; define-se o valor infinito para todos os arcos (tempo/distância – do centro de uma célula ao centro da célula vizinha);
- b) Fecha-se o ponto inicial e atualiza-se o custo dos vizinhos. Fechar um ponto significa definir o vizinho aberto (o que não está fechado) que tem menor custo até o ponto inicial;
- c) Desloca-se para o nó vizinho de menor custo, “atual” (próximo nó a ser fechado). É interessante observar a necessidade de ordenação para definir o nó que possui o menor custo dentre os que estão abertos;
- d) Compara-se o custo de cada nó vizinho aberto com a soma do arco que o liga ao “atual” e o custo de “atual”. Se esse custo for menor que o vigente, atualiza-se o custo do vizinho aberto;
- e) Fecha-se “atual”;
- f) Repetem-se os passos (c), (d) e (e) até que o ponto de destino seja fechado;
- g) Após o fechamento do ponto de destino, define-se, a partir dele, o caminho até o ponto inicial, marcando-se os que passam em região que o inimigo projeta poder;

- h) Neste caminho inverso, pega-se o último nó marcado (primeiro, se considerado o sentido origem-destino) – chamaremos “marcado1”;
- i) Voltando-se para o destino soma-se à célula “marcado1” o valor do passo para definir o trecho do caminho que será avaliado;
- j) Definem-se os índices das equações de Lanchester, a razão de poder de combate;
- k) Calcula-se o tempo necessário para percorrer o trecho especificado [“marcado1” – (marcado1+passo)], considerando-se a velocidade em função da RPC;
- l) Com o tempo e os índices calculados definem-se as taxas de perdas de ambos os partidos. Aplica-se essas taxas;
- m) Recalcula-se as imagens de poder de combate e de custo total;
- n) Volta-se ao passo (a), considerando-se o ponto inicial o ponto [“marcado1” + passo]. Repete-se o processo até a chegada no ponto de destino.

Após a aplicação de taxas de perdas sobre as tropas atacantes e defensoras, poderá haver o caso de uma das tropas atingir efetivos incompatíveis com o prosseguimento de suas atividades. Esse fato se refletirá na diminuição da projeção do poder de combate sobre o inimigo, ou mesmo, no caso da tropa atacante, o interrupção da progressão.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

4.1. Simplificações dos Modelos

Os modelos apresentados, apesar de teóricos, possuem diversas simplificações que podem influenciar nos resultados obtidos:

- As tropas são consideradas como objetos pontuais, ao passo que na realidade elas se desdobram no terreno ocupando áreas. Essa aproximação influenciará nos cálculos de distâncias percorridas e dos engajamentos;
- Os cálculos de tempo e distância são realizados entre células vizinhas e portanto, direções com ângulos diferentes de múltiplos de 45 graus são formadas por composição de ângulos múltiplos de 45 graus. Isso gera uma diferença entre as distâncias medidas diretamente entre dois pontos e as distâncias calculadas na trajetória do caminho mínimo. Não podemos mensurar essas diferenças, nem compará-las com a realidade do deslocamento de uma tropa sobre o terreno, porque não se possui dados sobre a diferença do deslocamento realizado por uma tropa na tentativa de deslocamento em linha reta entre dois pontos e a distância real entre os dois pontos;
- Para os cálculos de distância não se considera a curvatura do Planeta;
- Considerando que a carta de trafegabilidade apresenta a velocidade máxima em cada célula, não se possui a variação de velocidades em função de tipos diferentes de vegetação, solo e declividade;
- Para os cálculos de áreas de influência do poder de uma tropa, considera-se a trajetória dos projeteis dos armamentos como uma linha reta;
- Para o cálculo das perdas das tropas não se considera a probabilidade de detecção nem a vontade daquela tropa em realizar o engajamento. Quando uma tropa entra em área de influência da outra, automaticamente começa a gerar e receber baixas;
- Considera-se que uma tropa permanece atirando até se extinguir o último homem e/ou munição, caso exista inimigo em sua área de influência;
- As tropas que defendem não podem alterar sua posição durante os cálculos.

4.2. Resultados Obtidos

A seguir, apresentamos o resultado de simulações realizadas:

4.2.1. Caso 1:

Uma companhia que possui efetivo de 187 militares atacando um pelotão (efetivo de 43 militares) e uma seção de metralhadoras (efetivo de 9 militares). O passo utilizado é de 1 célula percorrida para cada recálculo do caminho mínimo. O peso do poder de combate é 10 vezes superior ao peso do terreno.



Figura 11: em preto a área de influência do Pel e da SecMtr. As cores claras indicam as áreas de custo mais elevado (rios), as cores escuras, as áreas de custo mais baixo (estradas). Ressalva ao preto da área de influência das tropas.



Figura 12: a imagem representando o custo final tendo como parâmetros o peso do poder de combate 10 vezes superior ao peso do custo do terreno. Em tonalidades claras as regiões de custo mais elevado.

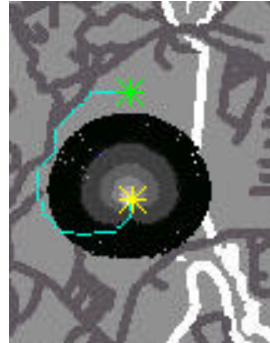


Figura 13: resultado do cálculo do caminho mínimo com o valor dos parâmetros conforme Figura 12. A Cia percorreu uma distância de 6061 metros, em 2 horas. Com velocidade média de 3024 m/hora.

RELATÓRIO	
TROPA AMIGA:	
Efetivo:	181
FAL:	139 Munição: 0
FAP:	26 Munição: 2591
Pistola:	7 Munição: 0
MAG:	5 Munição: 0
Mrt60mm:	2 Munição: 0
TROPA INIMIGA:	
Inimigo:	0
Efetivo:	0
FAL:	0 Munição: 2973
FAP:	0 Munição: 3601
Pistola:	0 Munição: 26
MAG:	0 Munição: 0
Mrt60mm:	0 Munição: 0
Situação Final:	
Inimigo:	1
Efetivo:	2
FAL:	2 Munição: 509
FAP:	0 Munição: 0
Pistola:	0 Munição: 0
MAG:	0 Munição: 464
Mrt60mm:	0 Munição: 0

Figura 14: relatório da situação final das tropas. Efetivo inicial: Cia, 187; Pel (ini0), 43; Mtr (ini1), 9.

Analisando as Figuras 13 e 14 verificamos que o caminho escolhido foi incidindo pelo flanco/retaguarda do pelotão e da seção de metralhadoras, evitando um combate frontal, onde a projeção do poder das tropas que defendem é superior.

Do efetivo total inicial do inimigo de 52, sobraram apenas 2. Perdas: Cia: 6 militares; Defesa: 50. Essas quantidades são explicadas pelo modelo de projeção de forças utilizado, que considera o fator de abordagem, e pelas soluções das equações diferenciais de Lanchester.

Pode-se observar ainda que, apesar do custo da imagem do poder de combate ter peso 10, enquanto o custo do terreno tem peso 1, não representa que as características do terreno foram perdidas, apesar de serem praticamente imperceptíveis a olho nu (Figura 13). O caminho mínimo passa pela estrada mais próxima para desbordar a área de influência das tropas que defendem.

4.2.2. Caso 2:

Consideraremos os mesmos efetivos, passo e posições apresentadas no caso anterior. A principal diferença desse caso é a atribuição do peso de terreno semelhante ao peso da projeção do poder de combate.

Do efetivo total inicial do inimigo de 52, sobraram apenas 3. Perdas: Cia: 23 militares; Defesa: 3. Quando comparamos esse resultado com o resultado do caso anterior, verificamos que quando é dado mais valor para a projeção do poder de combate inimigo, estaremos procurando o caminho que vai gerar menos baixas para a tropa atacante, em detrimento do tempo de chegada ao destino.

Isso pode ser comprovado pelos resultados obtidos: no "Caso 1" a Companhia teve uma perda de apenas 3 militares, enquanto no "Caso 2" a perda foi de 23 militares. No entanto, o tempo para atingir o objetivo foi praticamente o dobro no "Caso 1", 2 horas, enquanto no caso foi de 1 hora e 2 minutos.



Figura 15: imagem de custo total com imagem do poder de combate e terreno com pesos iguais. Pode-se observar em cores mais escuras os detalhes das estradas e em branco os rios.



Figura 16: resultado do cálculo de caminho mínimo. Foram percorridos 2171 metros em 1 hora e 2 minutos, com velocidade média de 2110m/h.

RELATÓRIO		
TROPA AMIGA:		
Efetivo:	164	
FAL:	126	Munição: 0
FAP:	23	Munição: 3670
Pistola:	7	Munição: 0
MAG:	5	Munição: 0
Mrt60mm:	2	Munição: 0
TROPA INIMIGA:		
Inimigo:	0	
Efetivo:	1	
FAL:	1	Munição: 3046
FAP:	0	Munição: 3641
Pistola:	0	Munição: 27
MAG:	0	Munição: 0
Mrt60mm:	0	Munição: 0
Inimigo:	1	
Efetivo:	2	
FAL:	2	Munição: 546
FAP:	0	Munição: 0
Pistola:	0	Munição: 0
MAG:	0	Munição: 0
Mrt60mm:	0	Munição: 0

Figura 17: relatório de perdas. Para as mesmas quantidades iniciais do “Caso 1”.

4.2.3. Caso 3

Apresenta o caminho mínimo calculado para unir dois pontos, onde não existe tropa inimiga interposta.

Neste caso podemos observar que não existe tropa inimiga interposta entre o ponto de partida (verde) e o ponto de destino (amarelo), conseqüentemente o cálculo foi feito somente sobre o terreno, definindo-se o caminho de menor tempo entre os dois pontos.

O resultado obtido foi: distância percorrida de 12706 metros, tempo de 3 horas e 23 minutos, com velocidade média de 3750 m/h.

Esse caso indica que apesar do algoritmo ter sido desenvolvido para o cálculo de caminho mínimo com matrizes de custos dinâmicos, ele pode ser usado para imagens com valores estáticos.

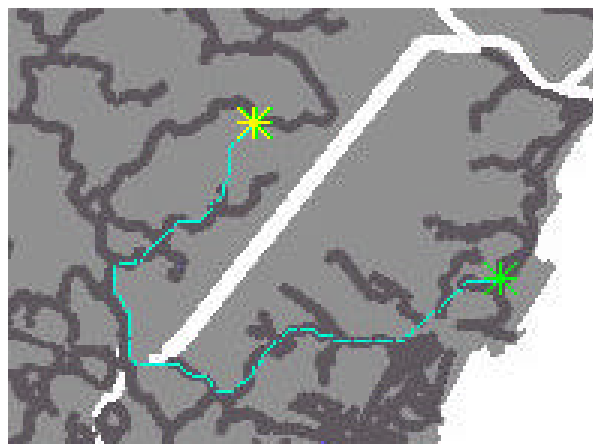


Figura 18: caminho calculado entre dois pontos onde não existe tropa inimiga interposta.

5. CONCLUSÃO

Os dados de entrada, carta de trafegabilidade, índices de letalidade e parâmetros para os modelos, são fundamentais para que os resultados tenham aderência com a realidade. Como os dados apresentados, são dados obtidos que não são oriundos de levantamentos estatísticos de avaliação, os resultados do algoritmo desenvolvidos servem apenas para teste do modelo teórico desenvolvido.

O algoritmo desenvolvido apresentou-se bastante flexível, ao passo que pode ser ajustado em termos de precisão do resultado a ser obtido e do tempo necessário para a sua solução, bem como pode ser empregado como qualquer outro algoritmo que calcule caminho mínimo em uma imagem.

É possível a realização de análises militares de tempo e distância e perdas como auxílio em um processo decisório. Apesar de não poder se considerar os resultados em termos absolutos, pode-se fazer uma comparação em termos de proporções de desgaste entre duas possíveis soluções.

Esse trabalho mostra a necessidade de se levantar a eficiência operativa de uma tropa, para que se possa ter uma eficiente ferramenta para avaliação de perdas em uma operação militar.

Ao final, atingimos a meta de quantificar o atrito entre tropas em termos de tempo e perdas, considerando a variável terreno, podendo auxiliar a Etapa do Exame da Situação no Processo de Planejamento Militar.

AGRADECIMENTOS

Gostaríamos de agradecer a todos que já participaram do desenvolvimento do Sistema de Jogos Didáticos, em especial ao CC (FN) Wagner e ao 1ºSg FN-IF Nunes, pelo apoio prestado nos temas relativos a geo-processamento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

JAISWAL, N.K., Military Operations Research Quantitative Decision Making, Kluwer Academic Publishers, Massachusetts - USA, 1994.

ANCKER, C.J., Jr., and Gafarian, A.V., *Modern Combat Models: A Critique of their Foundations*, Operations Research Society of America, Baltimore, Maryland - USA, 1992.

TENENBAUM, Aaron M.; LANGSAM, Yedidiah; AUGENSTEIN, Moshe J., *Estruturas de Dados Usando C*, Markon Books do Brasil Editora, São Paulo – SP, 1995.

DELOURA, Mark A. (editor), *Programming Gems*, Charles River Media, Rockland Massachusetts – USA, 2000.

GOLDBARG, Marco César; LUNA, Henrique Pacca L., *Otimização Combinatória e Programação Linear, Modelos e Algoritmos*. Rio de Janeiro: Editora CAMPUS, 2000. 612p.

BOAVENTURA NETTO, Paulo O., *Teoria e modelos de grafos*. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1979. 249p.

FIGUEIREDO, Luiz Henrique; CARVALHO, Paulo Cezar P., *Introdução à Geometria Computacional*. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 18º Colóquio Brasileiro de Matemática, 1991. 108p.

FIGUEIREDO, Luiz Henrique; CARVALHO, Paulo César de et al., *Métodos de Otimização em Computação Gráfica*. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 22º Colóquio Brasileiro de Matemática, 1999. 178p.

COUTINHO, Lazaro., *Sobre a Teoria do Combate de Lanchester – Monografia de Mestrado em Matemática*. Niterói: Universidade Federal Fluminense, 1982.

SEIXAS, R.B.; MEDIANO, M.; GATTASS, M., "[Efficient Line-of-Sight Algorithms for Real Terrain Data](#)", *III Simpósio de Pesquisa Operacional e IV Simpósio de Logística da Marinha - SPOLM'99*, 1999.

SJD-2; “Sistema de Jogos Didáticos”; *Centro de Jogos Didáticos do Centro de Instrução Alti. Sylvio de Camargo*; Marinha do Brasil; 2000.

VYGODSKY, M., *Mathematical Handbook: Higher Mathematics*. Moscou: English Translation, Mir Publishers, Third Edition, 1975. 872p.

RAVINDRAN, A.; PHILLIPS, Don T.; SOLBERG, James J., *Operations Research Principles and Practice*. Estados Unidos: John Wiley, terceira edição, 1987. 637p.

URL: *MA212-ME305 Introduction to Operational Research. Graph. Distances for Bus Trips*. University of Queensland, 2000. Disponível em www.maths.uq.oz.au/~gac/mn212/s13_1.html.