1. Seja $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ o disco aberto de radio $R = 1$ e centro a origem.
   (a) Enuncia e prova o *principio do máximo* para funções harmônicas.
   (b) Prova que o seguinte problema tem uma única solução:
   $$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & (x, y) \in \Omega, \\ u(x, y) = x^2 + y^2 & (x, y) \in \partial\Omega. \end{cases}$$
   (c) Qual que é a solução do problema (b)? Justifica a resposta.

2. Partindo do Laplaciano escrito em coordenadas cartesianas, deduz a sua fórmula em coordenadas polares.

3. Resolve o problema a seguir:
   $$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & (x, y) \in (0, 1) \times (0, 1), \\ u|_{x=0} = u|_{y=0} = u|_{y=1} = 0, & \\ u|_{x=1} = (y-1)y. & \end{cases}$$

4. Achar a solução do problema a seguir:
   $$\begin{cases} u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{\theta\theta} = 0 & (r, \theta) \in [0, 1) \times [0, 2\pi), \\ u(1, \theta) = f(\theta) & \theta \in [0, 2\pi] \end{cases}$$
   onde $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ é uma função continua tal que $f(0) = f(\pi)$.

5. Achar a solução da equação de Laplace no anel $(r, \theta) \in [a, b] \times [0, 2\pi)$ com as condições no bordo são $u(a, \theta) = 0$ e $u(b, \theta) = f(\theta)$ onde $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ é uma função continua tal que $f(0) = f(2\pi)$.

6. Livro do professor Reginaldo Santos, seção 5.3 (págs. 453–460), exercícios 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6.

7. Livro do professor Reginaldo Santos, seção 5.1 (págs. 434, 435), exercícios 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5.