1. Seja $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$ continua com derivada continua por partes e $f'(0) = f'(\pi) = 0$.
   (a) Resolver usando o método de separação de variáveis o problema a seguir:
   $$\begin{cases} u_t - 2u_{xx} = 0 & (t, x) \in (0, \infty) \times (0, \pi), \\ u(0, x) = f(x) & x \in [0, \pi], \\ u_x(t, 0) = u_x(t, \pi) = 0 & t > 0. \end{cases} \tag{1}$$
   (b) Prova que a solução $u(t, x)$ do problema anterior verifica que
   $$\lim_{t \to \infty} u(t, x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} f(z)\, dz.$$
   (c) Achar a solução de (1) para $f(x) = 2 + \cos(x)$.

2. Resolver o problema a seguir:
   $$\begin{cases} u_t - 2u_{xx} = 0 & (t, x) \in (0, \infty) \times (0, \pi), \\ u(0, x) = 2 + \operatorname{sen}(x) & x \in [0, \pi], \\ u(t, 0) = u(t, \pi) = 2 & t > 0. \end{cases}$$

3. Livro do Professor Reginaldo Santos "EDP: Uma introdução", exercícios 1.1, 1.2 e 1.3 da página 288.

4. Livro do Professor Reginaldo Santos "EDP: Uma introdução", exercícios 2.1, 2.2 da página 298.

5. Achar a temperatura estacionaria de uma barra de comprimento L com distribuição inicial de calor dada por uma função $f : [0, L] \to \mathbb{R}$, e tal que uma das extremidades da barra está térmicamente isolada enquanto a outra é mantida a temperatura zero.

6. Sejam u^1 e u^2 duas soluções de
   $$\begin{cases} u_t - \kappa u_{xx} = 0 & (t, x) \in (0, \infty) \times (0, \pi), \\ u(t, 0) = u(t, \pi) = 0 & t > 0. \end{cases}$$
   Suponhamos que $u^1(0, x) \leq u^2(0, x)$ para todo $x \in (0, \pi)$. Provar que também vale
   $$u^1(t, x) \leq u^2(t, x) \quad \text{para todo } (t, x) \in [0, \infty) \times [0, \pi].$$
   Dica: Usar o principio do máximo para a equação do calor aplicado na solução $u = u^1 - u^2$.