

# Curso: Tópicos de Problemas Inversos e Modelagem

## Parte do Trimestre Temático:

### Análise e Problemas Inversos nas Ciências Aplicadas

Jorge P. Zubelli (Coordenador)

8 de março de 2011

Este curso visa apresentar, de forma auto-contida, diversos tópicos recentes, desenvolvimentos recentes na área dos chamados problemas inversos.

Para uma compreensão clara deste tópico principal é de interesse que descrevamos o que entendemos por estes últimos. Isto será feito através de um exemplo, que é de fato uma de nossas principais aplicações.

Consideremos um meio heterogêneo, digamos o subsolo, que é composto de rochas, água, areia, e outros depósitos sedimentares, como por exemplo petróleo. Em geral tais materiais apresentam velocidades de propagação de ondas bastante distintos entre si. Suponhamos que o nosso problema, seja então decidir se em uma região se encontra ou não petróleo com base em experimentos feitos na superfície. Tipicamente tais experimentos são feitos por ondas acústicas na superfície. Em boa aproximação, o fenômeno está descrito pela equação (linear) da onda<sup>1</sup>

$$c^{-2}(x)\partial_t^2 F - \Delta F = g(x, t) \quad (1)$$

onde  $F = F(x, t)$  é a intensidade do sinal,  $g(x, t)$  é o termo forçante devido a fonte. Tal equação se encontra sujeita a certas condições iniciais e de contorno.

O chamado *problema direto* consiste em resolver a equação da onda (1) uma vez dado o valor de  $c(x)$  em todos os pontos da região em consideração e as condições iniciais e de fronteira apropriadas. Este problema, que já apresenta certas dificuldades a nível computacional, é relativamente simples quando comparado ao problema de interesse no caso de prospecção petrolífera, a saber o chamado *problema inverso*.

No problema inverso, estamos interessados em determinar o interior da região, ou de um objeto, *somente* com base em informação parcial dos dados no exterior da mesma. Ou seja, nos propomos neste exemplo a reconstruir os valores da velocidade  $c(x)$ , com base na solução da equação da onda medida na superfície.

---

<sup>1</sup>Por simplicidade estamos descrevendo aqui o caso isotrópico. O leitor familiar com mecânica do contínuo não terá problemas em entender a extensão, e suas associadas dificuldades ao caso mais realístico de meios anisotrópico

**Tópicos Principais** O curso será ministrado dentro do programa de trimestre especial *Análise e Problemas Inversos nas Ciências Aplicadas* e contará com reuniões semanais regulares no horário de 15:30 às 17:30 sob a responsabilidade de Jorge P. Zubelli bem como minicursos pelos seguintes pesquisadores listados abaixo:

1. Uri Ascher (UBC): Computational Methods for Inverse Problems in PDE Applications.
2. Erkki Somersalo (Case Western Reserve University): Inverse Problems and Biological Applications (Part I)
3. Daniela Calvetti (Case Western Reserve University): Inverse Problems and Biological Applications (Part II)
4. Tom Hurd (McMaster University): Financial Networks and Systemic Risk.
5. Antonio Leitão (UFSC): Regularização e Algoritmos para Problemas Inversos Aplicados.

Além dos tópicos dos minicursos os seguintes tópicos serão cobertos:

- Métodos computacionais em problemas inversos: teorema da decomposição em valores singulares. Sistemas esparsos. Minimização de funcionais, método de Newton e suas variantes. Métodos de Levenberg-Marquadt.
- Modelos de propagação de sinais e de ondas em meios heterogêneos.
- Problemas diretos e inversos relacionados à equações elípticas, hiperbólicas e parabólicas.
- Análise assintótica de altas frequências. Problemas inversos em geofísica.

**Horário e Período** Em princípio os minicursos acima se terão lugar durante o horário do curso, porém durante a semana de concentração de 9 a 13 de maio de 2011 utilizaremos horários adicionais (de 13:30 às 17:30 com intervalos). O total de horas durante o período de 14 de março de 2011 à 30 de junho de 2011 será o equivalente a um curso semestral.

**Avaliação** A avaliação será feita através de duas apresentações orais e um trabalho final escrito. O curso poderá ser desenvolvido ao nível de mestrado ou doutorado esperando-se dos alunos apresentações e trabalhos compatíveis com tal nível.

## Referências

- [1] U. Ascher, K. van den Doel, H. Huang, and B. Svaiter. Gradient descent and fast artificial time integration. *M2AN*, 43:689–708, 2009.
- [2] U. Ascher, E. Haber, and H. Huang. On effective methods for implicit piecewise smooth surface recovery. *SIAM J. Sci. Comput.*, 28:339–358, 2006.
- [3] K. van den Doel and U. Ascher. Dynamic level set regularization for large distributed parameter estimation problems. *Inverse Problems*, 23:1271–1288, 2007.
- [4] K. van den Doel, U. Ascher, and A. Leitao. Multiple level sets for piecewise constant surface reconstruction in highly ill-posed problems. *J. Scient. Comput.*, 43:44–66, 2010.
- [5] K. van den Doel, U. Ascher, and D. Pai. Computed myography: three dimensional reconstruction of motor functions from surface EMG data. *Inverse Problems*, 24:065010, 2008.
- [6] E. Haber, U. Ascher, and D. Oldenburg. Inversion of 3D electromagnetic data in frequency and time domain using an inexact all-at-once approach. *Geophysics*, 69:1216–1228, 2004.
- [7] E. Haber, S. Heldmann, and U. Ascher. Adaptive finite volume method for distributed non-smooth parameter identification. *Inverse Problems*, 23:1659–1676, 2007.
- [8] P. C. Hansen. *Rank Deficient and Ill-Posed Problems*. SIAM, Philadelphia, 1998.
- [9] J. Nocedal and S. Wright. *Numerical Optimization*. New York: Springer, 1999.
- [10] Y. Saad. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. PWS Publishing Company, 1996.
- [11] Calvetti, Daniela ; Somersalo, Erkki . *Introduction to Bayesian scientific computing. Ten lectures on subjective computing*. Surveys and Tutorials in the Applied Mathematical Sciences, 2. Springer, New York, 2007. xiv+202 pp. ISBN: 978-0-387-73393-7
- [12] Kaipio, Jari ; Somersalo, Erkki . *Statistical and computational inverse problems*. Applied Mathematical Sciences, 160. Springer-Verlag, New York, 2005. xvi+339 pp. ISBN: 0-387-22073-9