Métodos Matemáticos em Finan cas

Setembro - Novembro 2006

Lista # 2

Entregar até às 19:00 do dia 03/10/2006.

Seja $H(t)$ conforme definido na página 65 do livro texto de Korn & Korn e suponha válidas as hipótese usuais de limitação dos coeficientes b, r, σ da Sec. 2.3 do texto mencionado.

1. Verificar que $H(t)P_i(t)$ é um $\mathbb{P}$-martingal para $i = 0, 1, \cdots, d$.

2. Seja $Z_Y(t) = H(t)Y(t)$ e $\Theta_\pi^T = \pi^T\sigma - (b-r)(\sigma^{-1})^T$ com π constante e Z_Y definido na página 146 do texto mencionado. Verificar que se definirmos o movimento Browniano com relação à medida Q_Y por

$$W_Y(t) \stackrel{\text{def}}{=} W(t) - \int_0^t \Theta_\pi(s)ds$$

então

$$\begin{aligned} d\left(\frac{P_0(t)}{Y(t)}\right) &= -\frac{P_0(t)}{Y(t)}\sigma_Y(t)^T dW_Y(t) \\ d\left(\frac{P_i(t)}{Y(t)}\right) &= \frac{P_i(t)}{Y(t)}(\sigma_i(t)^T - \sigma_Y(t)^T)dW_Y(t)\ . \end{aligned}$$