# Métodos Matemáticos em Finanças

Junho - Agosto 2003

**Guia de Estudos Prova # 2**

1. Lista teórica 3.
2. Lista teórica 4.
3. Considere o problema de calcular o valor de $\exp(x)$ no ponto $x = -12$. Qual dos seguintes algoritmos voce escolheria: (justifique)
   (a) Expandir $\exp(x)$ em serie de Taylor em torno de $x = 0$ e tomar $x = -12$.
   (b) Observar que $\exp(-x) = 1/\exp(x)$ e expandir $\exp(x)$ em torno de $x = 0$ tomando $x = 12$.
4. Seja $p(x)$ um polinômio *mônico* de grau $k$ e $\{x_0, x_1, \cdots, x_k\}$ pontos arbitrários. Calcule a $k$-ésima diferença dividida $p[x_0, x_1, \cdots, x_k]$.
5. Escreva (em pseudo-código) um algoritmo para encontrar a raiz de uma equação da forma $f(x) = 0$ pelo método de bisecção. Suponha que em um intervalo $[a, b]$ $f$ possua *mais do que uma raiz* (e que $f(a)f(b) < 0$). Determine qual dos zeros seu algoritmo encontraria (i.e., o maior? o menor? o do meio?).
6. A equação $e^x - 4x^2$ possui uma raiz entre $x = 0$ e $x = 1$. Verifique se iteração $x_{n+1} = g(x_n)$ com
$$g(x) = \frac{e^{x/2}}{2}$$
converge para esta raiz quando $x_0 \in [0, 1]$.
7. Considere os seguintes métodos *explícitos* para aproximação da solução $u(t, x)$ da equação do calor
$$\begin{cases} u_t = u_{xx} \quad t \in [0, T] \text{ e } A \leq x \leq B \\ u(t, A) = u(t, B) = 0 \quad \text{cond. de contorno} \\ u(0, x) = g(x) \text{ cond. inicial t.q. } g(A) = g(B) = 0 \end{cases} \tag{1}$$
   (a) Primeiro método: $u_n^{m+1} = \alpha u_{n+1}^m + (1 - 2\alpha)u_n^m + \alpha u_{n-1}^m$ com $\alpha = (\delta t)/(\delta x)^2$.
   (b) Segundo método: $u_n^{m+1} = \alpha u_{n+2}^m - 2\alpha u_{n+1}^m + (1 + \alpha)u_n^m$com $\alpha = (\delta t)/(\delta x)^2$.

   Qual dos métodos acima voce considera mais preciso? (justifique)