Métodos Computacionais em Finanças *

Junho - Agosto 2003

Teóricos # 4 A
Entregar até dia 22 de agosto às 19:00

INSTRUÇÕES: Resolva os problemas pares se o seu número de matrícula for par. Resolva os problemas impares se o seu número de matrícula for impar.

1. Verifique que a transformada de Fourier discreta que definimos em sala satisfaz a propriedade $\mathcal{F}_N \mathcal{F}_N^* = I = \mathcal{F}_N \mathcal{F}_N^*$.

2. Seja $x_j = 2\pi j/N$ e $\mathbf{f}_j = f(x_j)$ com $f \in C^1(\mathbb{R})$ e 2π-periódica. Usando seus conhecimentos de regras de integração, determine a velocidade de convergência (em termos de N) da n-ésima componente F_n de $F = \sqrt{(2\pi/N)}(\mathcal{F}_N \mathbf{f})$ para $\widehat{f}(n)$. Aqui, como em sala,
$$\widehat{f}(n) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} f(x) \exp(-inx) dx$$
.

3. Use a regra trapezoidal para aproximar o valor de
$$\int_0^1 x e^{-x^2} dx$$
Obtenha uma estimativa do erro efetuado pela regra trapezoidal e compare com o erro real.

4. Construa uma regra de integração da forma
$$I(f) = \int_{-1}^1 f(x) dx \approx A_0 f(-1/2) + A_1 f(0) + A_2 f(1/2)$$
que seja exata nos polinômios de grau menor ou igual a 2.

5. Calcule
$$\int_0^1 \frac{\sin(\pi x)}{(x(1-x))^{3/2}} dx$$
com quatro dígitos significativos. Sugestão: Use os polinomios de Chebyshev.

6. Use a regra de Simpson para estimar $\int_0^1 (1-x^2)^{3/2} dx$. O que voce pode dizer sobre o erro cometido nesse caso?

---

*A nota da lista 4 será 30% teórica e 70% prática.